

**INSTITUT NATIONAL DE LA STATISTIQUE ET DES ETUDES ECONOMIQUES**  
**Série des Documents de Travail du CREST**  
**(Centre de Recherche en Economie et Statistique)**

**n° 2002-27**

**L'impact des contraintes d'emprunt sur  
la mobilité résidentielle et les choix de  
statut d'occupation des ménages :  
Un modèle simple de demande**

**L. GOBILLON<sup>1</sup>**  
**D. LE BLANC<sup>2</sup>**

Les documents de travail ne reflètent pas la position de l'INSEE et n'engagent que leurs auteurs.

Working papers do not reflect the position of INSEE but only the views of the authors.

---

<sup>1</sup> CREST-Laboratoire de Microéconométrie, Timbre J390, 15 Boulevard Gabriel Péri, 92245 Malakoff Cedex, France. Email : [gobillon@ensae.fr](mailto:gobillon@ensae.fr)

<sup>2</sup> CREST-INSEE, Département de la Recherche, Timbre J310, 15 Boulevard Gabriel Péri, 92245 Malakoff Cedex, France. Email : [leblanc@ensae.fr](mailto:leblanc@ensae.fr)

L'impact des contraintes d'emprunt sur la  
mobilité résidentielle et les choix de statut  
d'occupation des ménages : un modèle simple de  
demande.

Laurent Gobillon\*  
CREST

David le Blanc<sup>†</sup>  
INSEE-CREST

Mars 2002

---

\*CREST, Malakoff 2, 15 Boulevard Gabriel Péri, Bureau 2122, Timbre J390, 92240 MALAKOFF Cedex. email : gobillon@ensae.fr.

<sup>†</sup>CREST-INSEE, Malakoff 2, 15 Boulevard Gabriel Péri, Bureau 2020, Timbre J310, 92240 MALAKOFF Cedex. email : leblanc@ensae.fr.

Résumé:

Nous présentons un modèle simple de demande permettant d'étudier l'impact des contraintes d'emprunt immobilier sur la mobilité résidentielle et les choix des ménages entre propriété et location. A chaque période, les agents choisissent entre rester dans leur logement actuel, changer de logement et devenir propriétaire, et changer de logement et devenir locataire. Du fait de coûts de mobilité non nuls, les ménages ne changent pas de logement à chaque période. Les agents ont un accès limité au marché du crédit immobilier. L'importance relative des trajectoires de mobilité et de changement de statut d'occupation dans la population dépend de l'hétérogénéité des ménages en termes de revenu, de richesse et d'anticipations des prix futurs du logement.

**Classification JEL :** R21, R23

**Mots-clefs:** mobilité résidentielle, Choix propriété/location, contraintes d'emprunt.

Abstract:

We present a simple demand model which allows to study the impact of borrowing constraints on the residential mobility and housing tenure choices of households. At each period, a household chooses between staying in his current dwelling, moving and owning, and moving and renting. Moving implies paying a fixed cost. The household has access to a credit market but loans are subject to specific constraints. The relative weights of different residential trajectories at a given point in time depends on the heterogeneity of households in terms of income, wealth, and housing prices expectations.

**JEL Classification:** R21; R23

**Keywords:** Residential Mobility; Tenure Choice; Borrowing Constraints

# 1 Introduction

Comment les contraintes d'emprunt rencontrées par les propriétaires potentiels modifient-elles la mobilité résidentielle et les choix entre propriété et location ? Cette question est devenue d'actualité en France au début des années 1990, lorsque la part des ménages qui possèdent leur résidence principale, qui n'avait cessé de progresser depuis le milieu des années soixante-dix, s'est fixée aux alentours de 54 % (Lacroix, 1995). Ce phénomène a depuis été constaté dans de nombreux pays développés.

Les raisons de cette stagnation ont d'abord été recherchées dans la démographie. La part des ménages propriétaires de leur logement évolue selon l'âge, s'élevant au fur et à mesure du cycle de vie au moins jusqu'à l'âge de la retraite. Les modifications de la pyramide des âges se traduisent donc par des variations du taux de propriétaires. A cet effet s'ajoutent des effets de générations : à un âge donné, les générations récentes sont plus propriétaires que leurs aînées ; au début des années quatre-vingt-dix, cette tendance a semblé s'inverser, sans que l'on sache bien si cela révèle des changements de goûts intrinsèques ou reflète des changements dans la conjoncture économique (chômage plus important, mobilité professionnelle accrue...) et la façon dont les ménages anticipent le futur (évolution de leurs revenus), ou dans les calendriers de formation des ménages et des familles.

D'autres raisons peuvent être cherchées dans les modifications de l'environnement économique. Le logement est en effet à la fois un bien de consommation, mais aussi un élément important du patrimoine des ménages. Les variations du prix des logements, comparées aux rendements des autres actifs, influent sur l'arbitrage des ménages entre location et propriété. Ces facteurs ont été modifiés dans la dernière décennie, notamment par la hausse importante des rendements des actifs de marché, qui a rendu moins attractif le "placement

Pierre”.

Enfin, il convient de se demander dans quelle mesure des changements survenus dans les contraintes rencontrées par les propriétaires potentiels sur le marché du crédit immobilier pourraient avoir prévenu une part plus importante des ménages d'accéder à la propriété. Acheter un logement constitue généralement l'investissement le plus important effectué par un ménage. Compte tenu du prix des logements, la plupart des ménages qui deviennent propriétaires doivent emprunter. Entre 1993 et 1996, 1,8 millions de ménages sont devenus propriétaires, dont 1,66 millions par achat. Parmi ceux-ci, 84 % ont dû recourir à un emprunt. Les limitations sur le marché du crédit sont donc susceptibles de freiner l'accès à la propriété. Ces limitations peuvent porter sur l'apport personnel : pour bénéficier de certains prêts aidés (PAP par exemple), les ménages doivent apporter une certaine fraction du prix de leur achat et ne peuvent emprunter plus de 80 % du montant. Ces limitations portent aussi sur le taux d'effort du ménage, c'est-à-dire le rapport des remboursements (mensuels ou annuels) au revenu du ménage, les prêteurs s'assurant que le ménage ne consacre pas une part trop importante de son revenu (le critère le plus souvent retenu est de 30 %) au remboursement des emprunts. Comprendre l'impact des contraintes d'emprunt sur l'accession est particulièrement important dans le cas français, puisque une des principales aides à l'accession offerte aux ménages dans ce pays, le Prêt à Taux Zéro (PTZ), consiste en une subvention à l'apport personnel des ménages, sous forme de prêt sans intérêt, éventuellement remboursable avec un différé de 15 ou 17 ans pour les ménages les moins riches. Evaluer ce dispositif suppose donc de savoir comment un desserrement des contraintes d'emprunt va jouer sur les flux d'accession à la propriété.

Cette question se situe à la frontière de trois domaines de la littérature

économique. D'un côté, la littérature spécialisée du logement s'est intéressée au choix de statut d'occupation, c'est-à-dire au choix entre propriété et location (Henderson et Ioannides (1983,1985)), ainsi qu'au logement comme actif de portefeuille (Henderson et Ioannides (1987), Ioannides et Rosenthal (1994), Brueckner (1997), Flavin et Yamashita (1998)). Ces modèles sont statiques et se focalisent sur le choix entre location et propriété, sans relier ce problème à celui de la mobilité résidentielle. Ils ne prennent pas en compte l'existence de contraintes d'emprunt.

D'un autre côté, l'impact des contraintes de liquidité sur le profil de consommation au cours du cycle de vie a été étudié de manière extensive dans la littérature (voir par exemple Hayashi (1985), Mariger (1987), Zeldes (1989), Weber (1993)). Ces modèles ont été étendus aux biens durables (pour une application à l'automobile, voir Alessie, Devereux et Weber, 1997). Cependant, il n'existe pas à notre connaissance d'application au cas du logement. La principale difficulté associée au logement est la présence de coûts de mobilité importants, qui expliquent que le ménage n'ajuste pas parfaitement son stock de capital logement à chaque période. En pratique, cela signifie que la méthode standard consistant à travailler à partir des équations d'Euler n'est plus valable.

Enfin, un courant empirique a considéré la mobilité résidentielle en relation avec le statut d'occupation des ménages (Hughes et McCormick, 1981, Böheim et Taylor, 1999, Boehm, Herzog et Schlottmann, 1991), et l'existence de moins-values sur les logements encourues par les propriétaires (Henley, 1998).<sup>1</sup> Ces travaux montrent notamment que le statut d'occupation *ex ante* a une influence sur la mobilité, les ménages propriétaires déménageant

---

<sup>1</sup>En Grande-Bretagne, où les prix des logements ont connu d'importantes variations à la baisse au début des années 90, les auteurs se sont focalisés sur la *negative equity*, forme extrême de moins value. En France, la *negative equity* serait relativement peu fréquente (le Blanc, 1999).

moins que les autres ménages, *ceteris paribus*.

Un modèle de cycle de vie intégrant des coûts de mobilité est présenté par Ioannides et Kan (1996). Dans ce modèle, le stock de logement ne varie pas entre deux déménagements. Le ménage a le choix, à chaque période, entre trois options : rester dans son logement, déménager et devenir locataire, déménager et devenir propriétaire. Ce modèle n'intègre pas les contraintes d'emprunt et ne peut être résolu analytiquement.

Dans cet article, nous présentons un modèle à deux périodes destiné à mieux comprendre les effets des contraintes d'emprunt rencontrées par les propriétaires potentiels. Ce modèle permet de faire la synthèse entre les différents apports mentionnés ci-dessus, tout en restant suffisamment simple pour être analysé en profondeur et permettre l'estimation à partir des données disponibles en France. Les ménages font face à des coûts de mobilité non nuls et les propriétaires potentiels sont limités dans leurs capacités d'emprunt immobilier. La présence de coûts de mobilité fait que les ménages ne déménagent qu'à certaines dates, lorsque leur logement est trop petit ou trop grand pour leurs besoins, l'ajustement étant d'autant moins fréquent que les coûts de mobilité sont élevés. Le statut d'occupation initial du ménage a un impact sur la mobilité résidentielle, dû simplement au fait que les contraintes de budget correspondant au choix de ne pas déménager sont différentes pour les propriétaires et les locataires. L'arbitrage entre propriété et location, en l'absence de contraintes d'emprunt, repose sur la comparaison des niveaux du loyer et du coût d'usage du capital logement. En présence de contraintes d'emprunt, l'utilité associée à la propriété diminue, augmentant la probabilité à chaque période de rester dans le logement de la période précédente et celle de déménager pour devenir locataire.

Le plan de l'article est le suivant. Dans la section 2, nous présentons le

modèle de base sans contraintes d'emprunt et décrivons les mécanismes de sa résolution. La section 3 introduit les contraintes d'emprunt et présente les modifications apportées au modèle précédent. Dans la section 4, nous développons un exemple analytique qui permet de mieux comprendre les implications du modèle. La section 5 considère des extensions possibles et leurs implications. La section 6 conclut.

## 2 Le modèle de base

Dans tout l'article, nous considérons un ménage dont les décisions peuvent s'analyser en temps discret. Nous supposons que coexistent deux statuts d'occupation du logement, la propriété et la location. Cette distinction est reflétée par une variable  $j_t$ , valant 1 si le ménage est propriétaire, 0 s'il est locataire de son logement à la période  $t$ . Les ménages locataires de leur logement paient un loyer de marché proportionnel au stock de capital du logement dans lequel ils vivent,  $L \equiv \rho K$ ,  $\rho$  désignant donc le loyer unitaire. Nous supposons par simplicité que les logements ne se dégradent pas au cours du temps : lorsqu'un ménage ne déménage pas d'une période à l'autre, le stock de capital du logement qu'il habite ne varie pas<sup>2</sup>.

### 2.1 Utilité du ménage

L'origine des temps est arbitraire dans notre modèle. Au début de la période  $t$ , la situation du ménage est décrite par trois variables d'état,  $j_{t-1}, K_{t-1}, W_t$ .  $j_{t-1}$  est le statut d'occupation du ménage dans le logement occupé pendant la période  $t - 1$  ( $j = 0$  si locataire,  $j = 1$  s'il est propriétaire).  $K_{t-1}$  est le stock de capital correspondant à ce logement.  $W_t$  est la richesse du ménage

---

<sup>2</sup>Introduire la dépréciation est immédiat dans le cadre de ce modèle, mais n'apporte pas de conclusions supplémentaires.



au début de la période. Cette richesse se compose d'un montant  $A_t$  d'un actif de marché non risqué et de rendement  $r_a$ , et, si le ménage est propriétaire, du prix actuel de revente de son logement,  $p_t K_{t-1}$ , où  $p_t$  est le prix unitaire du capital logement à la période  $t$ . Au début de la période  $t$ , le ménage reçoit un revenu  $R_t$ . Ce revenu est supposé connu de manière certaine. La figure 1 donne le timing du modèle.

Le problème de l'agent consiste à répartir de manière optimale sa richesse entre consommation à la période courante et richesse à la période suivante. L'agent peut consommer deux biens : un bien composite Hicksien non durable assimilé au numéraire, et le "service de logement". Celui-ci est produit par le stock de capital logement correspondant au logement occupé par le ménage, et supposé proportionnel à ce stock. Cette hypothèse est courante et appropriée pour notre problème. L'utilité procurée par un stock donné de capital logement est supposée la même, que le ménage soit propriétaire ou locataire : la propriété n'apporte pas d'utilité en soi. Cette hypothèse est relâchée en section 5. Le modèle suppose également que les ménages ont des anticipations ponctuelles sur le prix futur du logement à la date  $t + 1$ . L'utilité du ménage peut donc s'écrire  $U(C_t, K_t, W_{t+1})$ , où  $C_t$  est la consommation à la période courante du bien composite,  $K_t$  est le stock de capital logement à la période courante, et  $W_{t+1}$  est la richesse nette du ménage au début de la période  $t + 1$ . On suppose  $U$  strictement quasi-concave, croissante et deux fois dérivable en ses trois arguments, et, par commodité, satisfaisant les conditions assurant l'existence d'une solution intérieure.

Cette spécification de l'utilité suppose que les ménages se préoccupent seulement du niveau de leur richesse à la date  $t + 1$ , et non de la composition de cette richesse en termes de logement et d'actif de marché. Par rapport à un modèle complet de cycle de vie, les agents sont supposés my-

opes, puisqu'ils n'ont que deux périodes en tête : la période courante, et l'ensemble de leur vie comme deuxième période.

## 2.2 Coûts de mobilité et de transaction

La seule manière pour le ménage de changer son stock de capital logement consiste à déménager. On suppose l'existence d'un coût de déménagement strictement positif  $R_0$ . L'arbitrage du ménage est alors le suivant : s'il reste dans son logement à la période courante, son choix consiste à décider de la répartition optimale de sa richesse entre sa consommation aujourd'hui et sa richesse demain. S'il déménage, il peut également ajuster son stock de logement, mais au prix d'une diminution globale de ses ressources, à cause du coût de mobilité. Si le ménage décide de changer de logement, il peut décider de devenir propriétaire ou locataire. L'achat d'un logement est soumis à un coût de transaction proportionnel égal à  $\lambda$  fois le prix de vente du logement<sup>3</sup> ; autrement dit, le nouveau propriétaire paye un coût de mobilité total égal à  $R_0 + \lambda p_t K_t$ , alors que le nouveau locataire paye seulement le coût de mobilité  $R_0$ .

Pour la suite de l'exposé, nous notons  $\tilde{p}_t = (1 + \lambda)p_t$ , le prix unitaire à l'achat du capital logement.

## 2.3 Problème du ménage

Sous ces hypothèses, le ménage doit choisir entre trois possibilités :

- rester dans son logement. Son stock de logement reste alors égal à  $K_{t-1}$ , et son statut d'occupation ne change pas :  $j_t = j_{t-1}$ .
- déménager et devenir locataire de son logement. Il paye alors le coût fixe de mobilité.

---

<sup>3</sup>Dans la réalité, le coût de transaction est une fonction constante par morceaux et décroissante du montant de l'achat.

- déménager et devenir propriétaire de son logement. Il paye alors le coût fixe de mobilité et le coût de transaction proportionnel.<sup>4</sup>

Ce choix discret du ménage est résumé par une variable de choix  $d$ , qui prend les valeurs  $r$  (rester),  $l$  (déménager et devenir locataire),  $p$  (déménager et devenir propriétaire). Formellement, si  $U_r^*, U_l^*, U_p^*$  désignent les utilités optimales atteignables dans chaque cas, le choix du ménage est la solution du problème

$$d = \arg \max_{d \in \{r, l, p\}} [U_d^*] \quad (1)$$

Pour résoudre le modèle, il suffit donc de calculer les utilités optimales correspondant aux trois décisions possibles.

## 2.4 Contraintes de budget associées à la décision du ménage

Les contraintes de budget sous lesquelles le ménage doit résoudre le problème (1) ne sont pas les mêmes, selon qu'il est locataire ou propriétaire au début de la période  $t$ . Nous considérons d'abord le cas d'un ménage locataire de son logement à la période  $t - 1$ . La discussion du modèle pour les anciens propriétaires est qualitativement la même ; les résultats s'y rapportant seront discutés à la section 2.6.

Il est commode d'introduire, suivant l'habitude de la littérature de la consommation, la variable  $x_t \equiv W_t + R_t$ , le "cash in hands" au début de la période  $t$ .

- si le ménage décide de rester dans son logement, sa contrainte de budget s'écrit

$$W_{t+1} = (1 + r_a)(x_t - C_t - \rho_t K_{t-1}).$$

---

<sup>4</sup>En théorie, il faudrait également considérer la possibilité pour un ménage de changer de statut d'occupation tout en restant dans le même logement. Empiriquement, cette situation est très rare. Selon l'enquête Logement 1996, 2,8 % des ménages étaient propriétaires d'un logement qu'ils avaient auparavant occupé en tant que locataires.

d'utilité impliquent que  $W_{t+1}$  et  $C_t$  doivent être strictement positifs, ce qui, le stock de logement étant fixé, n'est possible que si

$$x_t > \rho_t K_{t-1} \quad (2)$$

Economiquement, cette condition correspond au fait que le ménage n'est pas forcé à déménager du fait d'un logement trop grand pour ses capacités financières.

- si le ménage décide de déménager en restant locataire, sa contrainte de budget s'écrit

$$W_{t+1} = (1 + r_a)(x_t - R_0 - C_t - \rho_t K_t)$$

- si le ménage décide de déménager et de devenir propriétaire, il achète un stock de logement  $K_t$  au prix  $(1 + \lambda)p_t K_t = \tilde{p}_t K_t$ . Cet achat est financé sur ses actifs, de sorte que  $A_{t+1} = (1 + r_a)(x_t - R_0 - C_t - \tilde{p}_t K_t)$  (en l'absence de contraintes d'emprunt, le ménage peut emprunter au taux  $r_a$  de l'actif sans risque). Sa richesse à la date  $t + 1$  est par définition égale à  $W_{t+1} = A_{t+1} + p_{t+1} K_t$ .

Posons  $\tilde{\pi}_t \equiv \tilde{p}_t - \frac{p_{t+1}}{1+r_a}$ .  $\tilde{\pi}_t$  est le coût d'usage anticipé du capital pour les propriétaires accédants. Nous supposons dans la suite de l'article que ce coût anticipé est toujours strictement positif<sup>5</sup>, pour éviter les problèmes de demande infinie (Deaton et Muellbauer, ch.4).  $\tilde{\pi}_t$  peut alors être traité comme un prix. La contrainte de budget s'écrit :

$$W_{t+1} = (1 + r_a)(x_t - R_0 - C_t - \tilde{\pi}_t K_t) \quad (3)$$

Dans les cas où le ménage déménage, les hypothèses faites sur la fonction

---

<sup>5</sup>Ceci n'empêche pas que le coût d'usage constaté *ex post* par le ménage soit négatif, du fait d'une augmentation importante des prix du logement entre les deux périodes.

d'utilité impliquent que  $W_{t+1}$ ,  $C_t$  et  $K_t$  doivent être strictement positifs, ce qui n'est possible que si

$$x_t > R_0 \quad (4)$$

Economiquement, cette condition correspond à la situation où le ménage n'est pas contraint de demeurer dans son logement, du fait de l'impossibilité de payer les coûts de déménagement. Par la suite, nous supposons que les conditions (2) et (4) sont remplies.

## 2.5 Résolution du modèle sans contraintes d'emprunt

Notons

$$\begin{aligned} V(x, \mu) &= \max_{C, K, W_{t+1}} U(C, K, W_{t+1}) \\ \text{s.c. } W_{t+1} &= (1 + r_a)(x - C - \mu K) \end{aligned} \quad (5)$$

la fonction d'utilité indirecte correspondant à  $U$ , et  $(C^*, K^*, W_{t+1}^*)$  la solution optimale associée<sup>6</sup>, et

$$\begin{aligned} V_{\bar{K}}(x, \mu) &= \max_{C, W_{t+1}} U(C, \bar{K}, W_{t+1}) \\ \text{s.c. } W_{t+1} &= (1 + r_a)(x - C - \mu \bar{K}) \end{aligned} \quad (6)$$

l'utilité associée au problème correspondant à l'optimisation selon toutes les quantités excepté le stock de capital logement, fixé à  $\bar{K}$ . Notons  $(C^{\bar{K}}, W_{t+1}^{\bar{K}})$  la solution correspondante.

Alors, les trois utilités correspondant aux différents choix possibles pour

---

<sup>6</sup>Strictement parlant,  $V$  dépend également du prix des biens de consommation aujourd'hui, fixé à 1, et du prix de la richesse demain, égal à  $1/(1 + r_a)$ .

le ménage s'écrivent :

$$U_r^* = V_{K_{t-1}}(x_t, \rho_t), U_l^* = V(x_t - R_0, \rho_t), U_p^* = V(x_t - R_0, \tilde{\pi}_t) \quad (7)$$

Examinons d'abord le choix entre rester dans le logement occupé à la date précédente, et déménager en restant locataire. Ce choix repose sur la comparaison des utilités  $U_l^*$  et  $U_r^*$ . Notons que si les coûts de mobilité étaient nuls, le ménage ajusterait à chaque période son stock de capital logement, comme dans un modèle à deux biens non durables. Le fait de rester dans le logement occupé à la période précédente génère en effet une perte d'utilité. Introduisons l'utilité (virtuelle)  $V(x_t, \rho_t)$  que pourrait atteindre le ménage en l'absence de coûts de mobilité.

Définissons la perte d'utilité due au non ajustement du stock de capital logement comme  $A \equiv V_{K_{t-1}}(x_t, \rho_t) - V(x_t, \rho_t)$ . En remarquant que la contrainte de budget est la même pour les deux problèmes (5) et (6), l'étude de  $A$  pour  $K_{t-1}$  voisin de  $K^*$  est formellement analogue à celle des variations de production d'une entreprise au voisinage de l'optimum, à coût de production inchangé (voir par exemple Varian, p 51-52). Dans ce cas, la variation de production est une fonction quadratique des écarts des inputs par rapport à l'optimum. Dans le cas présent, on montre en annexe que  $A$  peut s'écrire uniquement en fonction de l'écart  $K_{t-1} - K_t^*$  sous la forme :

$A = -\frac{1}{2}\kappa(K_{t-1} - K_t^*)^2 + o((K_{t-1} - K_t^*)^2)$ , où  $\kappa$  est strictement positif et dépend des dérivées de la fonction d'utilité et des prix.

D'autre part, les coûts de mobilité engendrent une perte d'utilité, mesurée par rapport à la même situation de référence, égale à :

$$V(x_t - R_0, \rho_t) - V(x_t, \rho_t) = -R_0 V_x(x_t, \rho_t) + o(R_0),$$

Pour des coûts de déménagement faibles, cette différence est linéaire en

$R_0$ . Finalement, on obtient

**Proposition 1** *Lorsque les coûts de déménagement sont faibles par rapport à la richesse initiale, la différence d'utilité entre rester dans le logement occupé à la date précédente et déménager en restant locataire peut être approximée par*

$$U_r^* - U_l^* \simeq R_0 V_x(x_t, \rho_t) - \kappa (K_{t-1} - K_t^*)^2 \quad (8)$$

où  $K_t^*$  désigne la solution optimale du problème de l'agent lorsque les coûts de mobilité sont nuls, et  $\kappa$  est strictement positif.

Sous cette forme, on obtient une “règle (s,S)” familière à la littérature de l'investissement productif : la perte d'utilité associée à un stock de capital non optimal est proportionnelle au carré de l'écart par rapport à l'optimum; lorsque cet écart fait plus que compenser l'impact des coûts fixes, il devient optimal d'ajuster le stock de capital. Cette règle n'est pas, à notre connaissance, dérivée dans la littérature théorique sur le logement.<sup>7</sup> L'arbitrage conduisant à la règle (s,S) est représenté en deux dimensions sur le graphique 2.

La règle (s,S) correspond à l'intuition économique. Mais lorsque les coûts fixes de déménagement ne sont plus négligeables, d'autres cas peuvent se produire (voir la section 5 pour la discussion d'un cas où le modèle est complètement résolu).

Intéressons-nous maintenant au choix entre location et propriété en cas de déménagement.

---

<sup>7</sup>Il y est fait allusion sous forme littéraire dans Boehm, Herzog et Schlottmann (1991), mais sans référence précise à un modèle de maximisation d'utilité.

**Proposition 2** *En l'absence de contraintes d'emprunt, le ménage choisira la location de préférence à la propriété en cas de déménagement si et seulement si le loyer unitaire  $\rho_t$  est inférieur au coût d'usage anticipé du capital  $\tilde{\pi}_t$ .*

Démonstration : La condition  $U_l^* > U_p^*$  est équivalente à  $V(x_t - R_0, \rho_t) > V(x_t - R_0, \tilde{\pi}_t)$ . La fonction d'utilité indirecte étant dans notre cas une fonction strictement décroissante du prix du logement, cette condition est réalisée si et seulement si  $\rho_t < \tilde{\pi}_t$ . ►

Ce résultat est classique (voir par exemple Henderson et Ioannides (1983)).

## 2.6 Le cas des anciens propriétaires

Pour traiter le cas des anciens propriétaires, il suffit d'adapter les contraintes de budget dérivées à la section 2-3. Les contraintes en cas de mobilité ne changent pas. La contrainte en l'absence de déménagement s'écrit  $W_{t+1} = (1 + r_a)(x_t - C_t - \pi_t K_{t-1})$ , avec  $\pi_t \equiv p_t - \frac{p_{t+1}}{1+r_a}$ , coût d'usage de la propriété pour les propriétaires occupants. Ce coût d'usage est strictement inférieur à celui des nouveaux propriétaires, car n'y figurent pas les coûts de transaction. L'utilité optimale du ménage lorsqu'il ne déménage pas est donc égale à  $U_r^* = V_{K_{t-1}}(x_t, \pi_t)$ .

La discussion est similaire à celle de la section précédente, avec quelques nuances. L'arbitrage entre location et propriété en cas de déménagement est le même que pour les anciens locataires. En revanche, l'arbitrage entre rester dans le logement occupé à la période précédente et déménager en restant propriétaire dépend maintenant des coûts de transaction, ce que l'on voit en écrivant

$$U_r^* - U_p^* = [V_{K_{t-1}}(x_t, \pi_t) - V(x_t - R_0, \pi_t)] + [V(x_t - R_0, \pi_t) - V(x_t - R_0, \tilde{\pi}_t)],$$

le premier terme entre crochets conduit dans des cas analogues à ceux



de la section précédente à la règle  $(s,S)$ , et le deuxième terme est strictement positif : il représente un “malus de mobilité” associé aux coûts de transaction.

**Proposition 3** *Pour les ménages propriétaires de leur logement à la date précédente, le choix de déménager en restant propriétaire suit, pour des coûts de mobilité faible, une règle  $(s,S)$ . Les propriétaires sont d’autant moins amenés à déménager vers un autre logement en propriété que les coûts de mobilité et les coûts de transaction sont forts. Le choix entre propriété et location en cas de déménagement est identique à celui des anciens locataires.*

En conclusion, nous avons montré que le modèle de base permet de rendre compte d’un fait empiriquement bien documenté : le statut d’occupation *ex ante* a une influence sur la mobilité, les ménages propriétaires déménageant moins que les autres ménages, *ceteris paribus* (voir Böheim et Taylor (1999), et dans le cas français, Dubujet (2000)). Cela tient simplement au fait que les contraintes de budget correspondant au choix de ne pas déménager sont différentes selon le statut d’occupation du ménage. Nous avons également montré que le modèle se réduisait peu ou prou à deux arbitrages : la comparaison du coût d’usage de la propriété et du loyer unitaire permet de choisir le statut d’occupation de prédilection en cas de mouvement ; la comparaison du stock optimal de capital logement au stock actuel, rapportée au coût fixe de mobilité, détermine l’opportunité de changer de logement<sup>8</sup>.

---

<sup>8</sup>Dans le cas où il est avantageux de changer de statut d’occupation en cas de déménagement, le ménage locataire doit comparer directement  $U_r^*$  et  $U_p^*$ , et le ménage propriétaire doit comparer directement  $U_r^*$  et  $U_l^*$ .

### 3 Les contraintes d'emprunt

Nous introduisons maintenant les contraintes d'emprunt dans le modèle. Nous supposons que les locataires potentiels ne font face à aucune contrainte d'emprunt. Les propriétaires potentiels ont un accès limité au marché du crédit immobilier. Un agent donné ne peut emprunter plus qu'une valeur plafond  $M_{\max}$ , déterminée par les prêteurs en fonction de ses caractéristiques individuelles.<sup>9</sup> La valeur maximale mobilisable par l'agent pour l'achat d'un logement est alors égale à  $V_{\max} = W_t + M_{\max}$ . Elle correspond à un stock de capital logement égal à  $K_{\max} = \frac{1}{p_t} V_{\max}$ .

Nous faisons l'hypothèse que les agents ont accès à un seul type de prêts, de durée  $N$  années, à remboursements constants, au taux annuel constant  $r$ , et pour un montant  $M$  ne devant pas excéder  $M_{\max}$ . En notant  $P$  le montant annuel des remboursements, nous avons  $P = \tilde{r}M$  où  $\tilde{r} = r \frac{(1+r)^N}{(1+r)^N - 1}$ .

Supposons que le ménage achète un logement d'une valeur  $V$ . Il finance cet achat par un emprunt de montant  $M$ , et un apport personnel de montant  $D$ , de sorte que  $V = \tilde{p}_t K_t = M + D$ . En supposant que le premier remboursement survient à la période  $t$ , l'évolution de l'actif sans risque pour un accédant à la propriété entre les dates  $t$  et  $t + 1$  s'écrit :

$$A_{t+1} = (1 + r_a)(x_t - R_0 - C_t - D - P) - (M - P)(1 + r).$$

La richesse totale au début de la période  $t + 1$  est égale à

$$W_{t+1} = A_{t+1} + p_{t+1} K_t = (1 + r_a)(x_t - R_0 - C_t - \tilde{\pi}_t K_t) + (r_a - r)M(1 - \tilde{r}).$$

La composition du financement de l'achat est une variable de choix du ménage. Le ménage doit choisir le montant de l'emprunt  $M$  qui rend la contrainte de budget la plus souple possible. Compte tenu de la forme de la contrainte de budget, le problème se réduit à trois cas simples : si  $r_a < r$ ,

---

<sup>9</sup>Dans cet article, nous ne modélisons pas le comportement des prêteurs. Une telle modélisation pourrait permettre de dériver, entre autres choses, une forme explicite pour la valeur plafond en fonction des caractéristiques des ménages.

le ménage a intérêt à emprunter le moins possible, car l'emprunt lui coûte plus cher que ce que rapporte l'actif sans risque. Au contraire, si  $r_a > r$ , le ménage a intérêt à saturer sa contrainte d'emprunt et à garder le plus possible d'actif de marché, qui lui rapporte davantage. Enfin, lorsque  $r = r_a$ , le montant de l'emprunt disparaît de la contrainte budgétaire. Empiriquement, la comparaison entre le taux d'intérêt des emprunts immobiliers et celui des actifs de marché (y compris les actifs risqués) varie dans le temps et entre les pays. Aux Etats-Unis, compte tenu des importantes dispositions fiscales en faveur de la propriété, le régime  $r < r_a$  semble prévaloir, et les accédants ont financièrement intérêt à s'endetter pour financer l'acquisition de leur logement. Cela est d'autant plus vrai que l'emprunt immobilier est moins difficile à obtenir que des emprunts à la consommation ; acheter un logement est alors le seul moyen de s'endetter. Pour une illustration intéressante de ce phénomène, voir Flavin et Yamashita (1999). Dans le cas français, l'analyse est plus mitigée (voir Le Blanc et Lagarenne (2000)). Par la suite, nous adopterons l'hypothèse simplificatrice d'égalité des taux :

$$r = r_a$$

L'équation d'évolution de la richesse pour les propriétaires occupants suit alors la même forme générique que dans la section précédente :

$$W_{t+1} = (1 + r_a)(W_t + R_t - R_0 - C_t - \tilde{\pi}_t K_t) \quad (9)$$

Comment les contraintes d'emprunt modifient-elles les arbitrages décrits à la section précédente ? Notons d'abord que  $U_r^*$  et  $U_l^*$  ne sont pas modifiées par les contraintes. En revanche, les contraintes d'emprunt jouent négativement sur  $U_p^*$ , qui devient égale à  $\min(V(x_t - R_0, \tilde{\pi}_t), V_{K_{\max}}(x_t - R_0, \tilde{\pi}_t))$ ,

le premier terme du minimum correspondant au cas où le ménage n'est pas contraint, le deuxième au cas où il est contraint. Dans ce dernier cas, le ménage achète un logement correspondant au stock maximal  $K_{\max}$ .<sup>10</sup> Le même raisonnement qu'à la section 2.5 permet d'obtenir un développement limité de  $V(x_t - R_0, \tilde{\pi}_t) - V_0(x_t - R_0, K_{\max}, \tilde{\pi}_t)$  par rapport à  $K_{\max}$  au voisinage de  $K_{nc}^*$ , capital optimal qui serait choisi par le ménage en l'absence de contrainte :

$V(x_t - R_0, \tilde{\pi}_t) - V_{K_{\max}}(x_t - R_0, \tilde{\pi}_t) = \xi(K_{\max} - K_{nc}^*)^2 + o((K_{\max} - K_{nc}^*)^2)$ ,  $K_{\max} < K_{nc}^*$ , avec  $\xi > 0$ , dépendant des dérivées secondes de l'utilité et des prix. On en déduit par exemple, pour  $\tilde{\pi}_t$  et  $\rho_t$  voisins :

$$U_l^* - U_p^* \simeq (\tilde{\pi}_t - \rho_t) V_\mu(x_t - R_0, \tilde{\pi}_t) + 1_{(K_{\max} < K_{nc}^*)} \cdot \xi (K_{\max} - K_{nc}^*)^2 \quad (10)$$

**Proposition 4** *Les contraintes d'emprunt ne jouent pas sur les utilités optimales associées aux décisions de rester dans le logement occupé à la période précédente et de déménager pour être locataire,  $U_r^*$  et  $U_l^*$ . Par rapport au cas sans contraintes d'emprunt, la différence des utilités optimales entre la location et la propriété en cas de déménagement comprend, lorsque la contrainte joue, un terme supplémentaire, toujours positif. Lorsque la contrainte ne joue pas fortement ( $K_{\max}$  voisin de  $K_{nc}^*$ , stock optimal de capital qui serait choisi par le ménage en l'absence de contrainte), ce terme est approximativement quadratique en la différence ( $K_{\max} - K_{nc}^*$ ).*

Le graphique 3 permet de visualiser l'impact des contraintes d'emprunt sur le choix discret du ménage dans deux cas de figure. Dans le premier cas

---

<sup>10</sup>L'observation évidente selon laquelle la valeur du logement acheté par un ménage est, lorsque la contrainte joue, inférieure à la valeur du logement qui aurait été choisie en l'absence de contraintes d'emprunt a été négligée dans la plupart des études empiriques sur le choix de statut et les contraintes d'emprunt citées en référence.

représenté, en l'absence de contraintes d'emprunt,  $U_p^* > U_l^* > U_r^*$ . Le ménage choisit de déménager pour devenir propriétaire. Lorsque la contrainte devient plus forte,  $U_p^*$  diminue ; au-delà d'une certaine valeur,  $U_p^*$  devient inférieur à  $U_l^*$  et le ménage préfère déménager pour devenir locataire. Dans le second cas,  $U_p^* > U_r^* > U_l^*$ . Lorsque la contrainte devient plus forte, le ménage préfère rester dans son logement actuel. Empiriquement, les contraintes d'emprunts jouent donc à la fois sur le choix de statut d'occupation des ménages mobiles, mais aussi sur la mobilité elle-même. Ce fait a été négligé par une grande partie de la littérature empirique sur le sujet (voir par exemple Linneman and Wachter (1989); Linnemann, Wachter, Megbolugbe and Cho (1997); Lafayette, Haurin and Hendershott (1997); Haurin, Hendershott and Wachter (1997)).<sup>11</sup>

## 4 Un exemple analytique

Pour aller plus loin dans la compréhension du modèle, nous aimerions pouvoir dériver les choix discrets des ménages de leur position dans la distribution des variables qui déterminent l'hétérogénéité des agents dans ce modèle, à savoir le statut d'occupation et le stock de capital associés au logement occupé à la période  $t - 1$ , le revenu, la richesse et les coûts anticipés de la propriété à la période courante,  $(j_{t-1}, K_{t-1}, R_t, W_t, \tilde{\pi}_t)$ <sup>12</sup>. Pour cela, nous utilisons un exemple analytique qui permet la résolution exacte du modèle. Nous supposons que l'utilité est de la forme

$$U = \alpha \ln C_t + (1 - \alpha) \ln K_t + \delta \ln W_{t+1}$$

---

<sup>11</sup>Les estimations de l'impact exogène d'un desserrement ou d'un resserrement des contraintes sur les flux d'accession à la propriété données dans ces articles sont donc erronées.

<sup>12</sup>L'hétérogénéité des agents pourrait également porter sur les préférences. Ce cas n'est pas examiné en détail ici.

Nous supposons également que la seule contrainte d'emprunt imposée au ménage consiste en des remboursements n'excédant pas une fraction  $e$  du revenu du ménage. Cette contrainte est courante, à la fois dans la littérature empirique et dans la réalité. Ainsi, en France, la valeur de  $e$  est fixée par la plupart des organismes de crédit, publics ou privés, aux alentours de 30 %.<sup>13</sup> Sous l'hypothèse d'un prêt à remboursements constants, le calcul de la valeur maximale finançable par le ménage se réduit au problème suivant :

$$\begin{cases} \text{Max } V = A + M \\ A \leq W, \frac{\bar{r}M}{R} \leq e \end{cases}$$

dont la solution est donnée par

$$V_{\max} = W_t + \frac{e}{\bar{r}} R_t$$

#### 4.1 Choix discrets des ménages

Les choix discrets des ménages reposent sur la comparaison des utilités optimales dans chaque alternative  $U_p^*$ ,  $U_l^*$  et  $U_r^*$ , ou, ce qui revient au même, à la comparaison des différences de ces utilités deux à deux. Les utilités optimales et les consommations optimales associées s'obtiennent sans difficulté dans le cas d'une fonction Cobb-Douglas (voir annexe). Les valeurs optimales de capital logement en cas de déménagement s'écrivent

$$K_l^* = \frac{1-\alpha}{(1+\delta)\rho_t} (x_t - R_0) \text{ pour la location,}$$

$$K_{nc}^* = \frac{1-\alpha}{(1+\delta)\bar{\pi}_t} (x_t - R_0) \text{ pour la propriété lorsque la contrainte d'emprunt}$$

n'est pas saturée,

$$K_c^* = K_{\max}, \text{ pour la propriété lorsque la contrainte d'emprunt est pas}$$

saturée.

---

<sup>13</sup>La plupart des études empiriques prennent également en compte une contrainte d'apport personnel minimal. Cette article n'ayant pas d'ambition empirique, pour la simplicité de l'exposé, nous considérons uniquement les contraintes de remboursement maximal.

La différence des utilités optimales associées au fait de ne pas déménager et à déménager vers la location s'écrit :

$$\begin{aligned}
U_r^* - U_l^* &= (\alpha + \delta) \ln \left( \frac{1 - \alpha}{\alpha + \delta} \right) + & (11) \\
& (\alpha + \delta) \ln \left[ \left( \frac{1 + \delta}{1 - \alpha} \right) \frac{K_l^*}{K_{t-1}} + \frac{R_0}{\rho_t K_{t-1}} - \frac{\mu_t}{\rho_t} \right] - (1 + \delta) \ln \left( \frac{K_l^*}{K_{t-1}} \right)
\end{aligned}$$

avec  $\mu_t = \pi_t$  dans le cas d'un propriétaire à la date  $t - 1$ ,  $\mu_t = \rho_t$  dans le cas d'un locataire à la date  $t - 1$ .

La différence d'utilité optimale entre la location et la propriété en cas de déménagement s'écrit :

$$\begin{aligned}
U_l^* - U_p^* &= (1 - \alpha) \ln \left( \frac{\tilde{\pi}_t}{\rho_t} \right) - & (12) \\
& 1_{V_{\max} < V_{nc}^*} \cdot \left[ (1 - \alpha) \ln \left( \frac{K_{\max}}{K_{nc}^*} \right) + (\alpha + \delta) \ln \left[ \frac{1 + \delta}{\alpha + \delta} - \frac{1 - \alpha}{\alpha + \delta} \left( \frac{K_{\max}}{K_{nc}^*} \right) \right] \right]
\end{aligned}$$

Nous insistons maintenant sur les principaux arbitrages du modèle.

## 4.2 Opportunité d'une transition location-location

Nous considérons l'arbitrage entre rester et déménager pour louer, pour un locataire à la date  $t - 1$ . Les résultats étant qualitativement identiques pour les anciens propriétaires. D'après la formule (11), la différence d'utilité associée à un déménagement en restant dans le secteur locatif peut s'écrire comme une fonction du capital optimal  $K_l^*$ ,  $U_r^* - U_l^* = f(K_l^*)$ . Naturellement,  $f(K_{t-1}) > 0$ , ce qui reflète le fait qu'un déménagement est sous-optimal pour le ménage si le stock de capital dans le nouveau logement est identique à celui du logement actuel. Deux situations doivent être distin-

guées.

**Proposition 5** *Dans le cadre du modèle de la section 5, lorsque les coûts de déménagement sont inférieurs au loyer de la période  $t-1$ , soit  $R_0 > \rho_t K_{t-1}$ , il existe deux valeurs  $\alpha$  et  $\beta$ , telles que, si le stock optimal  $K_t^*$  est compris entre  $\alpha$  et  $\beta$ , le ménage préfère rester dans son logement actuel, et si  $K_t^*$  est en dehors de l'intervalle  $[\alpha, \beta]$ , le ménage préfère déménager vers la location.*

Démonstration : voir annexe.►

On retrouve, de manière globale cette fois, la règle (s,S). Les figures 4 et 4 bis illustrent cette situation. Lorsque le rapport des coûts de mobilité au loyer actuel augmente, la bande d'inaction du ménage s'élargit.

[Insérer ici les figures 4 et 4bis ]

Pour les anciens propriétaires, la proposition 5 doit être adaptée en tenant compte de l'arbitrage entre loyer et coût d'usage. Il faut distinguer deux cas. Si  $\pi_t > \rho_t + \frac{R_0}{K_{t-1}}$ , la mobilité est toujours préférable. Si  $\pi_t < \rho_t + \frac{R_0}{K_{t-1}}$ , on obtient à nouveau une règle (s,S).

**Proposition 6** *Dans le cadre du modèle de la section 5, lorsque les coûts de déménagement sont supérieurs au loyer actuel,  $R_0 > \rho_t K_{t-1}$ , la différence d'utilité  $U_r^* - U_l^*$  est décroissante en  $K_t^*$ . Il existe une unique valeur  $\gamma > K_{t-1}$  telle que, si  $K_t^* < \gamma$ , le ménage préfère rester dans son logement actuel, et si  $K_t^* > \gamma$ , il préfère déménager vers la location.*

Démonstration : voir annexe.►

Dans ce cas, les coûts de mobilité trop élevés empêchent le ménage d'ajuster son stock de logement. Ce cas a peu d'intérêt économique; il



provient avant tout du fait que nous ne considérons que deux périodes. Cependant, il pourrait s'appliquer dans la réalité aux ménages dont l'horizon d'optimisation est court, c'est-à-dire les personnes âgées.

La proposition 6 s'applique telle quelle aux anciens propriétaires.

### 4.3 Choix entre propriété et location en cas de déménagement.

Nous nous intéressons maintenant plus particulièrement au choix entre propriété et location en cas de mobilité, gouverné par l'équation (12), et cherchons à quantifier l'impact de la contrainte sur le choix du ménage entre propriété et location. Pour simplifier les calculs, nous supposons dans cette section que le coût fixe de mobilité est nul.

**Proposition 7** *Dans le cadre du modèle de la section 5, le choix de l'agent entre propriété et location en cas de déménagement est gouverné par les règles suivantes : lorsque  $\tilde{\pi}_t > \rho_t$ , la location est préférable à la propriété quelles que soient les valeurs du revenu et de la richesse. Dans le cas où  $\bar{\pi} \leq \tilde{\pi}_t \leq \rho_t$ , le choix entre propriété et location dépend de la valeur relative du revenu et de la richesse du ménage, l'agent étant d'autant plus contraint que ce rapport est grand. Enfin, lorsque  $\tilde{\pi}_t < \bar{\pi}$ , la propriété est toujours préférable à la location.*

Démonstration : Raisonnons conditionnellement à la valeur du coût d'usage de la propriété anticipé  $\tilde{\pi}_t$ . Remarquons d'abord que le rapport  $V_{\max}/V_{nc}^*$ , qui mesure la force de la contrainte d'emprunt, est donné par  $\frac{V_{\max}}{V_{nc}^*} = \frac{W_t + \frac{\varepsilon}{r} R_t}{\frac{1-\alpha}{1+\delta} \frac{\tilde{p}_t}{\tilde{\pi}_t} (W_t + R_t)}$ . Ce rapport ne dépend que de la variable  $\psi_t = R_t/W_t$ ,  $\frac{V_{\max}}{V_{nc}^*} = g(\psi_t)$  où pour  $x \in R^+$ ,  $g(x) = \frac{1 + \frac{\varepsilon}{r} x}{\frac{1-\alpha}{1+\delta} \frac{\tilde{p}_t}{\tilde{\pi}_t} (1+x)}$ . Le signe de la dérivée

de  $g$  est celui de  $(\frac{e}{\tilde{r}} - 1)$ , qui est positif pour les valeurs habituelles de ces paramètres.  $g$  est donc strictement croissante sur  $R^+$ . On a  $g(0) = \frac{1+\delta}{1-\alpha} \frac{\tilde{\pi}_t}{\tilde{p}_t}$ ,  $g(+\infty) = \frac{e}{\tilde{r}} \frac{1+\delta}{1-\alpha} \frac{\tilde{\pi}_t}{\tilde{p}_t}$ .

Trois cas sont possibles :

- si  $g(+\infty) \leq 1$ , le ménage est contraint quel que soit  $\psi_t$ .
- si  $g(0) \geq 1$ , le ménage n'est jamais contraint,
- si  $g(0) < 1 < g(+\infty)$ , la croissance stricte de la fonction  $g$  assure qu'il existe une unique valeur  $\psi^0$  telle que  $g(\psi^0) = 1$ . La contrainte est donc effective pour les ménages tels que  $\psi_t < \psi^0$ , et non saturée pour les ménages tels que  $\psi_t > \psi^0$ . La condition pour que ce troisième cas apparaisse est notée :

$$Ha : (1 - \alpha) \frac{\tilde{r}}{e} < \frac{\tilde{\pi}_t}{\tilde{p}_t} (1 + \delta) < 1 - \alpha$$

et supposée vérifiée par la suite (les autres cas n'ont qu'un intérêt limité sur le plan économique).

Notons  $x = V_{\max}/V_{nc}^*$  ; l'équation (12) s'écrit  $U_l^* - U_p^* = (1 - \alpha) \ln \left( \frac{\tilde{\pi}_t}{\rho_t} \right) + 1_{x < 1} \cdot f(x)$ , avec  $f(x) = -(1 - \alpha) \ln x - (\alpha + \delta) \ln \left[ \frac{1+\delta}{\alpha+\delta} - \frac{1-\alpha}{\alpha+\delta} x \right]$ .  $f$  est toujours positive lorsque  $x < 1$ , par les résultats de la section 2. Donc, lorsque  $\tilde{\pi}_t > \rho_t$ , la location est toujours préférable à la propriété.

Cherchons maintenant une condition sur  $\tilde{\pi}_t$  sous laquelle la situation de propriétaire est toujours meilleure que celle de locataire. Pour toute valeur de  $(W_t, R_t)$  dans le cadran positif,  $\frac{V_{\max}}{V_{nc}^*} \geq \frac{\tilde{\pi}_t}{\tilde{p}_t} \frac{1+\delta}{1-\alpha}$ , d'où

$$U_l^* - U_p^* \leq (1 - \alpha) \ln \left( \frac{\tilde{\pi}_t}{\rho_t} \right) + \cdot f\left(\frac{\tilde{\pi}_t}{\tilde{p}_t} \frac{1+\delta}{1-\alpha}\right) \equiv B. \text{ Une condition suffisante pour que la situation de propriétaire contraint soit toujours meilleure que celle de locataire est donc } B < 0. \text{ Cette condition s'écrit : } (1 - \alpha) \ln \left( \frac{\tilde{p}_t}{\rho_t} \frac{1-\alpha}{1+\delta} \right) < (\alpha + \delta) \ln \left[ \frac{1+\delta}{\alpha+\delta} \left( 1 - \frac{\tilde{\pi}_t}{\tilde{p}_t} \right) \right],$$

ou de manière équivalente  $\tilde{\pi}_t < \bar{\pi}$  où

$$\bar{\pi} \equiv p_t \left[ 1 - \frac{\alpha + \delta}{1 + \delta} \left( \frac{1 - \alpha p_t}{\alpha + \delta \rho_t} \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha+\delta}} \right]$$

On montre en annexe que l'on a bien  $\bar{\pi} < \rho_t$ .

Considérons enfin le cas intermédiaire où  $\bar{\pi} < \tilde{\pi}_t < \rho_t$ . Puisque  $Ha$  est vérifiée, il existe des ménages non contraints dans la population, dès que la distribution de  $\psi_t$  conditionnellement à  $\tilde{\pi}_t$  dans celle-ci n'est pas cantonnée à gauche de  $\psi^0$ . Sous cette condition, il existera toujours des ménages qui préféreront la propriété à la location.►

Les trois situations possibles sont représentées sur le graphique 5, pour un jeu de valeurs des paramètres du modèle. La force de la contrainte décroît au fur et à mesure que le rapport revenu/patrimoine augmente. La contrainte cesse de jouer pour  $R_t/W_t \simeq 0,44$ . Au-delà de cette valeur, la différence d'utilité entre propriété et location est constante (voir l'équation (12)). Dans le cas limite  $\frac{\tilde{\pi}_t}{\rho_t} = 1$ , la location domine toujours la propriété ; pour  $\frac{\tilde{\pi}_t}{\rho_t} = 0,99$ , la location domine la propriété pour les ménages dont le ratio revenu/patrimoine est inférieur à 0.12 ; pour  $\frac{\tilde{\pi}_t}{\rho_t} = 0.98$ , la propriété est toujours préférable.

[Insérer ici la figure 5]

Donc, même dans ce modèle très simple, peuvent coexister dans la population des ménages qui sont contraints ou non, et qui choisissent de déménager ou non, et choisissent la propriété ou la location, en fonction de leur hétérogénéité sur quelques variables-clefs. Cela est relativement satisfaisant dans une optique d'estimation du modèle sur des données réelles.

## 5 Limites du modèle et extensions possibles

Dans cette section, nous présentons un certain nombre d'extensions et de limites du modèle. Nous envisageons d'abord le prolongement du modèle à un grand nombre de périodes, dans la lignée des modèles classiques de cycle de vie, en restant dans un cadre certain. Nous nous interrogeons ensuite sur la validité de l'hypothèse d'exogénéité des revenus dans le modèle de base. Enfin, l'hypothèse d'absence d'utilité *per se* de la propriété est discutée.

### 5.1 Modèle à plusieurs périodes.

Le modèle de base peut être vu comme un condensé d'un modèle de cycle de vie. Si, comme il est classique, on suppose l'additivité inter-périodes de la fonction d'utilité intertemporelle, celle-ci peut s'écrire en l'absence d'incertitude  $\sum_{t=0}^T \delta^t U(C_t, K_t)$ . A chaque date, le ménage doit effectuer une décision discrète, et les décisions continues correspondantes. Cette extension consiste donc à introduire les contraintes d'emprunt dans le modèle de Ioannides et Kan (1996). Les équations d'évolution de la richesse de période à période sont les mêmes que dans le modèle de base. Le vecteur  $(W_t, K_{t-1}, j_{t-1})$  est une variable d'état pour le problème. En notant  $V^t$  la fonction valeur à la période  $t$  pour le problème, le problème de maximisation peut s'écrire :

$$V^t(W_t, K_{t-1}, j_{t-1}) = \max_{i \in \{r, l, p\}} [V_i^t]$$

où les  $V_i^t$  se calculent récursivement par l'équation de Bellman.

L'objet de cet article n'est pas d'étudier les propriétés théoriques de ce modèle<sup>14</sup>. Cependant, on peut facilement se convaincre que certaines propriétés du modèle de base se transposent naturellement à ce modèle de

---

<sup>14</sup>Du fait de l'existence de coûts fixes (et de contraintes d'emprunt), la fonction valeur n'est même pas partout continue.

cycle de vie. La raison principale en est que les choix discrets affectent les contraintes de budget de la même manière. En revanche, certains effets plus riches apparaissent dans ce modèle dynamique. Par exemple, à la date  $t$ , les anticipations de prix à toutes les dates ultérieures rentrent en compte dans la détermination du choix entre propriété et location, et non seulement les anticipations relatives à la date  $t + 1$  comme dans le modèle statique. Cela est dû à l'existence de coûts de mobilité : à une date donnée, il n'est pas indifférent de posséder  $A$  sous forme d'actif et  $V$  sous forme de logement (pour un propriétaire), ou  $A + V$  sous forme d'actif (pour un locataire), car la revente du logement fait perdre à l'agent le coût de mobilité. De même, lorsque les contraintes d'emprunt sont introduites dans ce modèle, l'agent doit tenir compte à la période courante de la possibilité que la contrainte d'emprunt soit saturée dans le futur (Zeldes (1989), Mariger (1987)). Au total, ce modèle introduit des complications théoriques et empiriques (les données qui pourraient servir à l'estimer n'existent pas en France), pour peu d'effets supplémentaires par rapport au modèle à deux périodes.

## 5.2 Exogénéité des revenus et prise en compte de l'espace

Supposer l'exogénéité des revenus par rapport aux décisions de mobilité est certainement réducteur. En effet, la mobilité géographique est souvent associée dans la littérature à la recherche d'opportunités sur le marché du travail ; dans ce contexte, les salaires, partie importante des revenus, deviennent endogènes. Notre modèle part du principe que la mobilité résidentielle (au sens "changement de logement ") est plutôt le reflet d'une inadéquation du logement, acquis dans le passé, aux besoins présents du ménage. Empiriquement, en France, environ la moitié des changements de logements au cours d'une période donnée se font à l'intérieur d'une même commune; à l'autre

extrémité, 10 % des ménages changent de région tous les dix ans. La plupart des changements de domicile de courte distance ne s'accompagnent pas d'un changement d'emploi. Notre modèle est donc *a priori* pertinent pour décrire une grande partie des flux de mobilité résidentielle. De plus, nous sommes avant tout concernés par la stratégie des ménages relative à la propriété. Comme les transitions des ménages de la location à la propriété se font principalement à l'intérieur d'une même zone d'emploi, un cadre d'analyse avec revenu exogène ne paraît pas aberrant.

La question de l'exogénéité des revenus est très proche de celle de l'introduction de l'espace dans le modèle. Lorsque nous avons examiné les choix d'un ménage, nous avons considéré un monde ponctuel, où les loyers et les prix du logement sont uniques. C'est ce qui permet de comparer facilement les utilités du ménage avec et sans mobilité. En fait, si des différences locales de prix et de loyer existent, la localisation devient elle-même un paramètre du choix des ménages. Par exemple, si on note la localisation par un paramètre  $n$  (par exemple les coordonnées  $(x, y)$  du lieu), à chaque point de l'espace sont associés un niveau de loyer et de prix du logement,  $p = p(n)$ ,  $\rho = \rho(n)$ , et éventuellement un niveau de revenu,  $R = R(n)$ . Dans ce cadre, le calcul de l'utilité optimale du ménage en cas de mobilité résulte dans le choix d'une localisation optimale  $n^*$ . Cette localisation optimale n'est pas nécessairement la même pour la location et pour la propriété. Les différences d'utilité ne peuvent plus être calculées simplement. Notre modèle suppose donc implicitement que le ménage qui déménage le fait dans le même marché local du logement, au sens où les niveaux des prix et des loyers sont les mêmes que dans son logement actuel. Cette limitation doit être gardée à l'esprit si l'on désire faire une application pratique de ce modèle.

### 5.3 Utilité *per se* de la propriété

Nous avons supposé que le fait d'être propriétaire de son logement ne procurait pas en soi d'utilité particulière. Cependant, l'hypothèse inverse pourrait être défendue, en invoquant des arguments non pris en compte dans notre modèle simple. Le premier argument souvent cité est celui de la sécurité : alors que le locataire peut sous certaines conditions être forcé par son bailleur à quitter les lieux, les circonstances dans lesquelles un propriétaire peut être contraint à quitter son logement sont rarissimes. L'aversion au risque des ménages pourrait donc expliquer un surcroît d'utilité conféré au statut de propriétaire. La modélisation de cet effet pourrait se faire par l'intermédiaire de probabilités exogènes pour les locataires de perdre leur logement à chaque date. Un deuxième argument tient aux limites auxquelles les locataires sont soumis dans l'aménagement et la transformation de l'espace qui leur est loué; ces limites ne pèsent pas sur les propriétaires. Un même stock de capital logement peut être mieux "utilisé" par un propriétaire que par un locataire. Cet effet pourrait être modélisé par l'introduction d'une fonction de production domestique à la Becker (1965), produisant le service logement à partir du stock de capital logement. Dans le cadre du présent modèle, deux hypothèses *ad hoc* sont envisageables. La première consiste à dire qu'un stock  $K$  de logement génère un flux de service de logement égal à  $K$  pour les locataires et à  $\psi K$  pour les propriétaires, avec  $\psi > 1$ . La fonction d'utilité courante des locataires s'écrit donc  $U(C, K)$ , celle des propriétaires  $U(C, \psi K)$ . C'est la modélisation retenue par Henderson et Ioannides (1983). La seconde consiste à modéliser le surcroît d'utilité procuré par la propriété sous forme d'une externalité, la fonction d'utilité des propriétaires étant simplement  $\psi U(C, K)$ . Il est aisé de se convaincre que l'une ou l'autre de ces hypothèses ne modifient pas fondamentalement

les enseignements du modèle de base. Par rapport à celui-ci, elles translatent vers le haut les utilités optimales associées au statut de propriétaire ( $U_r^*$  et  $U_p^*$  pour les anciens propriétaires,  $U_p^*$  pour les anciens locataires).

## 6 Conclusion

L'objet de cet article est de produire un modèle simple de mobilité et choix de statut d'occupation en présence de contraintes d'emprunt. Le critère de simplicité est dicté par le souci de pouvoir procéder à l'estimation du modèle, sur des données françaises relativement limitées. Notre modèle peut en effet être estimé à partir de données comportant de l'information sur la situation des ménages à deux dates différentes, du type de celle que l'on trouve dans les enquêtes Logement. En dépit de cette simplicité, le modèle présente des effets assez riches : il montre comment la décision de changer de logement résulte d'un arbitrage entre l'inadéquation du logement aux besoins présents du ménage et les coûts de mobilité ; il décrit comment les contraintes reportent une partie des flux d'accession à la propriété vers la location et l'attente ; pour une spécification particulière de la fonction d'utilité et certaines valeurs des paramètres du modèle, on montre que l'on peut observer toutes les transitions possibles (non mobilité, mobilité locataire-locataire, mobilité locataire-propriétaire, mobilité propriétaire-locataire, mobilité propriétaire-propriétaire). L'importance relative de ces transitions dépend de la distribution initiale des ménages selon cinq variables : le statut d'occupation et le stock de capital associés au logement occupé à la période  $t - 1$ , le revenu, la richesse et les coûts anticipés de la propriété à la période courante.

Nous pensons que ce modèle est particulièrement pertinent pour étudier l'impact de politiques publiques ciblées sur l'accession à la propriété telles



que le prêt à taux zéro (PTZ). Ce dispositif consiste pratiquement en une subvention d'apport personnel au ménage candidat à l'accession. Sa modélisation est donc particulièrement simple, puisqu'elle consiste (schématiquement parlant) à ajouter le montant de cette subvention à la valeur maximale empruntable par le ménage. Le dispositif ne jouant sur aucune autre quantité intervenant dans le modèle, son impact serait facilement évalué à partir d'une estimation de ce modèle. Une telle estimation, pourvu qu'elle modélise de façon cohérente les choix discrets et continus du ménage, permettrait également d'évaluer l'impact de dispositifs favorisant l'accession sur les choix continus (le stock de capital logement choisi par les ménages lors d'un déménagement), sujet jamais abordé de manière quantitative en France ou à l'étranger.

En revanche, nous pensons que le modèle est moins adapté à l'évaluation de l'impact d'une baisse des frais de transaction, telle que celle que la France a expérimenté en 1997. En effet, les coûts de transaction sont présents dans le coût d'usage anticipé des ménages. Modifier les coûts de transaction entraîne donc, au-delà du desserrement ou du renforcement de la contrainte d'emprunt, un déplacement de l'arbitrage entre location et propriété. Les croyances des ménages sur la réaction des prix futurs du logement à la modification des frais de transaction vont intervenir dans leur réévaluation du coût d'usage, sans que l'on puisse espérer mesurer de quelle façon. Enfin, il est connu que les modèles de biens durables avec coût d'usage comme le nôtre tendent à prédire des fluctuations beaucoup trop importantes de la demande en réaction à des changements de prix (Deaton and Muellbauer (1980), p. 108 and ch. 11).

Des extensions intéressantes de ce modèle consisteraient à prendre en compte les diverses sources d'incertitude qui peuvent affecter les choix des

ménages. La principale source d'incertitude rencontrée par un propriétaire potentiel concerne l'évolution des prix du logement dans le futur. En effet, c'est la comparaison de cette évolution et du rendement des autres actifs qui détermine la rentabilité de l'investissement dans une résidence principale, via le coût d'usage. Empiriquement dans le cas français, les prix des logements sont relativement peu volatils en province, mais suivent des cycles assez prononcés en région parisienne. Dans un modèle à plusieurs périodes, une source d'incertitude importante concerne l'évolution des revenus dans le temps. Même en l'absence de contraintes d'emprunt, cette incertitude affecte à la fois l'utilité des locataires et celle des propriétaires. En présence de contraintes d'emprunt, l'évolution des revenus futurs affecte le niveau de la valeur maximale d'achat dans le futur. Au total, l'effet de l'incertitude sur les décisions de mobilité et de choix de statut d'occupation est donc difficile à caractériser *a priori*.

## References

- [1] Becker, G. (1965) , *Human Capital, a Theoretical and Empirical Analysis with Special Reference to Education*, Chicago, the University of Chicago Press.
- [2] Boehm, T. P., H. W. Herzog, A. M. Schlottmann (1991), "Intra-Urban Mobility, Migration, and Tenure Choice", *Review of Economics and Statistics*, 73(1), p 59-68.
- [3] Böheim R. et Taylor M. (1999): "Residential Mobility, housing tenure and the labour market in Britain", University of Essex, working paper

- [4] Brueckner, J. K. (1997) : Consumption and Investment Motives and the portfolio Choices of Homeowners, *Journal of Real Estate finance and economics*.
- [5] Duca J. V., S. Rosenthal (1994): “Borrowing Constraints and Access to Owner-Occupied Housing”, *Regional Science and Urban Economics*, n°24, pp. 301-322
- [6] Deaton, A. S., J. Muellbauer (1980), *Economics and Consumer Behavior*, Cambridge, Cambridge University Press.
- [7] Dubujet, F. (2000): “les déménagements forment la jeunesse”, *INSEE Première* , INSEE.
- [8] Flavin, M., T. Yamashita (1998) : Owner-occupied housing and the composition of the household portfolio over the life cycle, *NBER working paper* 6389.
- [9] Haurin D. R., Hendershott P. H., Wachter S. M. (1997): “Borrowing constraints and the Tenure Choice of Young Households”, *Journal of Housing Research*, vol. 8(2), pp. 137-154
- [10] Hayashi, F. (1985) : The effect of liquidity constraints on consumption : a cross-sectional analysis, *Quarterly journal of economics* IC, p. 225-252.
- [11] Henderson, V., et Ioannides, Y. (1985) : tenure Choice and the Demand for Housing, *Economica*, 53, p. 231-246.
- [12] Henderson, V., et Ioannides, Y. (1983) : A model of housing tenure choice, *The American Economic review*, 73, p. 98-113.

- [13] Henderson, V., et Ioannides, Y. (1987) : Owner occupancy : Investment vs consumption Demand, *Journal of Urban Economics*, 21, p. 228-241.
- [14] Hendershott, P., J.D. Shilling (1982): “The Economics of Tenure Choice, 1955-1979”, *Research in Real Estate*, Volume 1, pp. 105-13
- [15] Henley, A. (1998), Residential Mobility , Housing Equity and the Labour Market, *The Economic Journal*, 108, p 414-427.
- [16] Hughes G., McCormick B. (1981): “Do Council Housing Policies Reduce Migration Between Regions ?”, *The Economic Journal*, 91, pp. 919-937
- [17] Ioannides, Y.(1988) : Life Cycle Consumption, Labor Supply and housing, *Annales d'économie et de statistique*, 9.
- [18] Ioannides Y.M., Kan K. (1996): “Structural Estimation of Residential Mobility and Housing Tenure Choice”, *Journal of Regional Science*, vol. 36, n°3, pp. 335-363
- [19] Ioannides, Y, et Rosenthal, S. (1994) : estimating the consumption and investment demand for housing and their effect on housing tenure status, *The Review of Economics and Statistics*, 76, p. 127-141.
- [20] Lacroix, T. (1995): “Le recul de l’accession sociale”, *Economie et Statistiques*, No. 288-289, pp. 11-41, INSEE
- [21] La Fayette, W.C., Haurin D.R., Hendershott P.H., (1995): “Endogenous Mortgage Choice, Borrowing Constraints and the Tenure Decision”, *NBER Working Paper* No. 5074

- [22] Lagarenne, C., D. le Blanc (2000), “Propriété occupante et composition du portefeuille au cours du cycle de vie”, *Revue d'économie politique*, numéro spécial Patrimoine des ménages.
- [23] Le Blanc, D. (1999), L'ampleur de la *negative equity* en France fin 1996, un essai de chiffrage, *ANIL Habitat Actualités*, septembre 1999.
- [24] Linneman P., Megbolugbe I.P., Wachter S.M., Man Cho (1997): “Do Borrowing Constraints Change U.S. Homeownership Rates?”, *Journal of Housing Economics*, 6, pp. 318-333
- [25] Linneman P., S.M. Wachter (1989): “The Impacts of Borrowing Constraints on Homeownership”, *AREUA Journal*, Vol 17, No. 4
- [26] Mariger, R. P. (1987): A life-Cycle consumption model with liquidity constraints : theory and empirical results, *Econometrica*, vol. 55, 3, p. 553-557.
- [27] Varian, H. R., *Microeconomic Analysis*, 3rd edition, W. W. Norton & Co.
- [28] Weber, G. (1993): Earnings-related Borrowing Restrictions : Empirical Evidence from a Pseudo-panel for the UK, *Annales d'économie et de statistiques*, 29.
- [29] Zeldes, S. (1989): “Consumption and liquidity constraints: an empirical analysis”, *Journal of Political Economy* 97, pp. 305-346.
- [30] Zorn P.M. (1989): “Mobility-Tenure Decisions and Financial Credit: Do Mortgage Qualification Requirements Constrain Homeownership?”, *AREUA Journal*, Vol. 17, No. 1, pp. 1-16

## 7 Annexe

### 7.1 Preuve de la règle (s,S) locale dans le cas général

Nous examinons la différence  $A = U(C^{K_{t-1}}, K_{t-1}, W_{t+1}^{K_{t-1}}) - U(C^*, K^*, W_{t+1}^*)$ .

On a

$A = \nabla U' \cdot X + \frac{1}{2} X' (\nabla^2 U) X + o(\|X\|^2)$ , où  $\nabla U$  et  $\nabla^2 U$  désignent respectivement le gradient et le hessien de  $U$  évalués en  $(C_t^*, K_t^*, W_{t+1}^*)$ , et  $X = (C_t^{K_{t-1}} - C_t^*, K_{t-1} - K_t^*, W_{t+1}^{K_{t-1}} - W_{t+1}^*)'$ . Si nous désignons par  $p = (1, \rho_t, (1+r_a)^{-1})$  le vecteur des prix, la condition du premier ordre du problème (5) est simplement  $\nabla U = \lambda p$ . Comme pour les deux problèmes (5) and (6) la contrainte de budget est la même, on a  $p' \cdot X = 0$ , ce qui implique que  $\nabla U' \cdot X = 0$ .

L'explicitation du terme quadratique du développement limitée fait intervenir la statique comparative du problème (6) autour de  $K_{t-1} = K_t^*$ . En ce point,  $(C_t^{K_{t-1}}, W_{t+1}^{K_{t-1}}) = (C_t^*, W_{t+1}^*)$  car les solutions des deux problèmes coïncident. La statique comparative donne

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & -\frac{1}{1+r} \\ -1 & \frac{\partial^2 U}{\partial C^2} & \frac{\partial^2 U}{\partial C \partial W} \\ -\frac{1}{1+r} & \frac{\partial^2 U}{\partial C \partial W} & \frac{\partial^2 U}{\partial W^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\lambda \\ dC \\ dW \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_t \\ -\frac{\partial^2 U}{\partial C \partial K} \\ -\frac{\partial^2 U}{\partial K \partial W} \end{bmatrix} dK_{t-1}$$

Le déterminant de la matrice bordée est positif d'après les hypothèses sur  $U$ . En inversant le système, nous obtenons  $dC$  et  $dW$  en fonction de  $dK_{t-1}$ ,  $(dC \ dW)' = (A_1 \ A_2)' dK_{t-1}$ . Donc, lorsque  $\|K_{t-1} - K_t^*\|$  est petit, nous avons  $\begin{bmatrix} C_t^0 - C_t^* \\ W_{t+1}^0 - W_{t+1}^* \end{bmatrix} \simeq (A_1 \ A_2)' (K_{t-1} - K_t^*)$ , d'où nous tirons

$$\frac{1}{2} X' (\nabla^2 U) X \simeq -\frac{1}{2} \kappa (K_{t-1} - K_t^*)^2, \text{ avec } \kappa \equiv - [A_1 \ 1 \ A_2] (\nabla^2 U) [A_1 \ 1 \ A_2]' \geq 0$$

ce qui démontre la proposition.

### 7.2 Solution de l'exemple analytique

#### 7.2.1 Les trois programmes de maximisation

Nous résolvons successivement les programmes du ménage qui reste dans son logement, qui déménage pour devenir locataire, et qui déménage pour devenir propriétaire. On rappelle l'hypothèse technique qui permet que les ménages aient accès à tous les choix :

$x_t > \max(\mu_t K_{t-1}, R_0)$ , avec  $\mu_t = \rho_t$  pour les locataires en  $t-1$ ,  $\mu_t = \pi_t$  pour les propriétaires en  $t-1$ .

**Le ménage reste dans son logement** Le programme de maximisation s'écrit

$$\begin{aligned} & \max_{C_t, W_{t+1}} U [C_t, K_{t-1}, W_{t+1}] \\ \text{s.c. : } & W_{t+1} = (1 + r_a)(W_t + R_t - C_t - \mu_t K_{t-1}) \end{aligned}$$

On obtient  $C_r^* = \frac{\alpha}{\alpha + \delta} (W_t + R_t - \mu_t K_{t-1})$ ,  $W_{t+1,r}^* = (1 + r_a) \frac{\delta}{1 + \delta} (W_t + R_t - \mu_t K_{t-1})$ .

**Déménagement vers la location** Le programme s'écrit

$$\begin{aligned} & \max_{C_t, K_t, W_{t+1}} U [C_t, K_t, W_{t+1}] \\ \text{s.c. : } & W_{t+1} = (1 + r_a)(x_t - R_0 - C_t - \rho_t K_t) \end{aligned}$$

La consommation, le stock de logement et la richesse à la période  $t + 1$  à l'optimum sont  $C_l^* = \frac{\alpha}{1 + \delta} (x_t - R_0)$ ,  $K_l^* = \frac{1 - \alpha}{(1 + \delta)\rho_t} (x_t - R_0)$ ,  $W_{t+1,l}^* = (1 + r_a) \frac{\delta}{1 + \delta} (x_t - R_0)$

**Déménagement vers la propriété** Le programme s'écrit

$$\begin{aligned} & \max_{C_t, K_t, W_{t+1}} U [C_t, K_t, W_{t+1}] \\ \text{s.c. : } & W_{t+1} = (1 + r_a)(x_t - R_0 - C_t - \tilde{\pi}_t K_t) \\ \text{et : } & K_t \leq K_{\max} \end{aligned}$$

Dans le cas où la contrainte n'est pas saturée, la solution est la même que pour le cas précédent, au prix du logement près :  $C_{nc}^* = \frac{\alpha}{1 + \delta} (x_t - R_0)$ ,  $K_{nc}^* = \frac{1 - \alpha}{(1 + \delta)\tilde{\pi}_t} (x_t - R_0)$ ,  $W_{t+1,nc}^* = (1 + r_a) \frac{\delta}{1 + \delta} (x_t - R_0)$ . Dans le cas où elle est saturée, nous avons  $K_c^* = K_{\max}$ ,  $C_c^* = \frac{\alpha}{\alpha + \delta} [x_t - R_0 - \tilde{\pi}_t K_{\max}]$ ,  $W_{t+1,c}^* = (1 + r_a) \frac{\delta}{\alpha + \delta} [x_t - R_0 - \tilde{\pi}_t K_{\max}]$ .

### 7.2.2 Preuve des propositions 5 et 6

On rappelle l'hypothèse technique qui permet que les ménages aient accès à tous les choix :

$x_t > \max(\mu_t K_{t-1}, R_0)$ , avec  $\mu_t = \rho_t$  pour les locataires en  $t - 1$ ,  $\mu_t = \pi_t$  pour les propriétaires en  $t - 1$ .

Traisons d'abord le cas d'un ancien locataire. Posons  $U_r^* - U_l^* = (\alpha + \delta) \ln \left[ \frac{1 - \alpha}{\alpha + \delta} \right] + (\alpha + \delta) \ln \left[ \frac{1 + \delta}{1 - \alpha} \frac{K_l^*}{K_{t-1}} + \frac{R_0}{\rho_t K_{t-1}} - 1 \right] - (1 + \delta) \ln \left( \frac{K_l^*}{K_{t-1}} \right) \equiv f(K_l^*)$ . Lorsque  $R_0 < \rho_t K_{t-1}$ , l'hypothèse technique conduit à  $K_l^* = \frac{1 - \alpha}{(1 + \delta)\rho_t} (x_t - R_0) > \frac{1 - \alpha}{1 + \delta} \left( K_{t-1} - \frac{R_0}{\rho_t} \right) > 0$ . Nous avons  $f \left[ \frac{1 - \alpha}{1 + \delta} \left( K_{t-1} - \frac{R_0}{\rho_t} \right) \right] = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f[x] =$

$-\infty$ ,  $f(K_{t-1}) > 0$ . On obtient  $f'(x) = \frac{(1-\alpha)\left(K_{t-1} - \frac{R_0}{\rho_t} - x\right)}{x\left[x + \frac{1-\alpha}{1+\delta}\left(K_{t-1} - \frac{R_0}{\rho_t}\right)\right]}$ . Donc  $f$  est croissante sur l'intervalle  $\left] \frac{1-\alpha}{1+\delta}\left(K_{t-1} - \frac{R_0}{\rho_t}\right), K_{t-1} - \frac{R_0}{\rho_t} \right[$ , et décroissante sur  $\left] K_{t-1} - \frac{R_0}{\rho_t}, +\infty \right[$ .  $f$  est maximum (et strictement positive) pour  $K_t^* = K_{t-1} - \frac{R_0}{\rho_t} < K_{t-1}$ . Donc, il existe deux valeurs  $\alpha$  et  $\beta$  vérifiant  $\frac{1-\alpha}{1+\delta}\left(K_{t-1} - \frac{R_0}{\rho_t}\right) < \alpha < K_{t-1} - \frac{R_0}{\rho_t}$ ,  $\beta > K_{t-1}$ , telles que,  $f(\alpha) = 0$ ,  $f(\beta) = 0$ ,  $f(x) > 0$  si  $x \in ]\alpha, \beta[$ , et  $f(x) < 0$  si  $x \notin ]\alpha, \beta[$ .

Lorsque  $R_0 > \rho_t K_{t-1}$ , nous avons  $\lim_{x \rightarrow 0} f[x] = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f[x] = -\infty$ .  $f'$  est toujours négative et  $f$  est décroissante sur  $R^{+*}$ . D'autre part,  $f(K_{t-1}) > 0$ . Donc, il existe une unique valeur  $\gamma > K_{t-1}$  telle que  $f(x) > 0$  si  $x < \gamma$ , et  $f(x) < 0$  si  $x > \gamma$ .

Dans le cas des anciens propriétaires,  $U_r^* - U_l^* = (\alpha + \delta) \ln \left[ \frac{1-\alpha}{\alpha+\delta} \right] + (\alpha + \delta) \ln \left[ \frac{1+\delta}{1-\alpha} \frac{K_t^*}{K_{t-1}} + \frac{R_0}{\rho_t K_{t-1}} - \frac{\pi_t}{\rho_t} \right] - (1 + \delta) \ln \left( \frac{K_t^*}{K_{t-1}} \right)$ . Lorsque  $R_0 > \rho_t K_{t-1}$ , la discussion est identique à celle du cas précédent. Lorsque  $R_0 < \rho_t K_{t-1}$ ,  $f$  est croissante puis décroissante, le maximum étant atteint pour  $K_t^* = (\pi_t K_{t-1} - R_0) / \rho_t$ . La valeur du maximum  $(1 - \alpha) \ln \left[ \frac{\rho_t K_{t-1}}{\pi_t K_{t-1} - R_0} \right]$ . Selon la position respective de  $\rho_t$  et  $\pi_t$ , il peut être positif ou négatif. Si  $\rho_t < \pi_t - \frac{R_0}{K_{t-1}}$ , la mobilité est toujours préférable.  $\rho_t > \pi_t - \frac{R_0}{K_{t-1}}$ , on obtient à nouveau une règle (s,S).►

### 7.2.3 Preuve de la proposition 7 (fin)

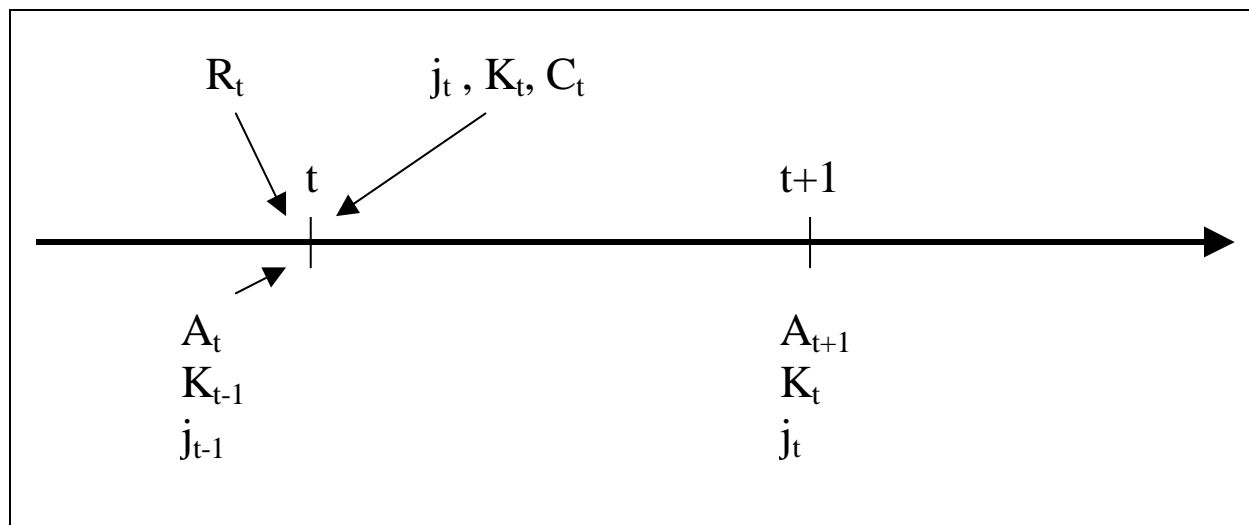
Il reste à prouver qu'on a bien  $\bar{\pi} < \rho$ . Cette condition équivaut encore à  $\frac{1+\delta}{\alpha+\delta} \left[ \frac{1-\alpha}{1+\delta} \right]^{\frac{\alpha-1}{\alpha+\delta}} \left( 1 - \frac{\rho_t}{p_t} \right) \left[ \frac{\rho_t}{p_t} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha+\delta}} < 1$ . L'étude de la fonction  $h$  définie sur  $[0, 1]$  par  $h(x) = Kx^b(1-x)$ , avec  $b > 0$  et  $K > 0$ , montre que  $h$  est croissante puis décroissante, le maximum étant atteint au point  $b/(b+1)$ .

Dans notre cas,  $b = \frac{1-\alpha}{\alpha+\delta}$ , et  $K = \frac{1+\delta}{\alpha+\delta} \left[ \frac{1-\alpha}{1+\delta} \right]^{\frac{\alpha-1}{\alpha+\delta}}$ . Alors  $h\left(\frac{b}{b+1}\right) = 1$ , ce qui montre que la condition est toujours vérifiée.

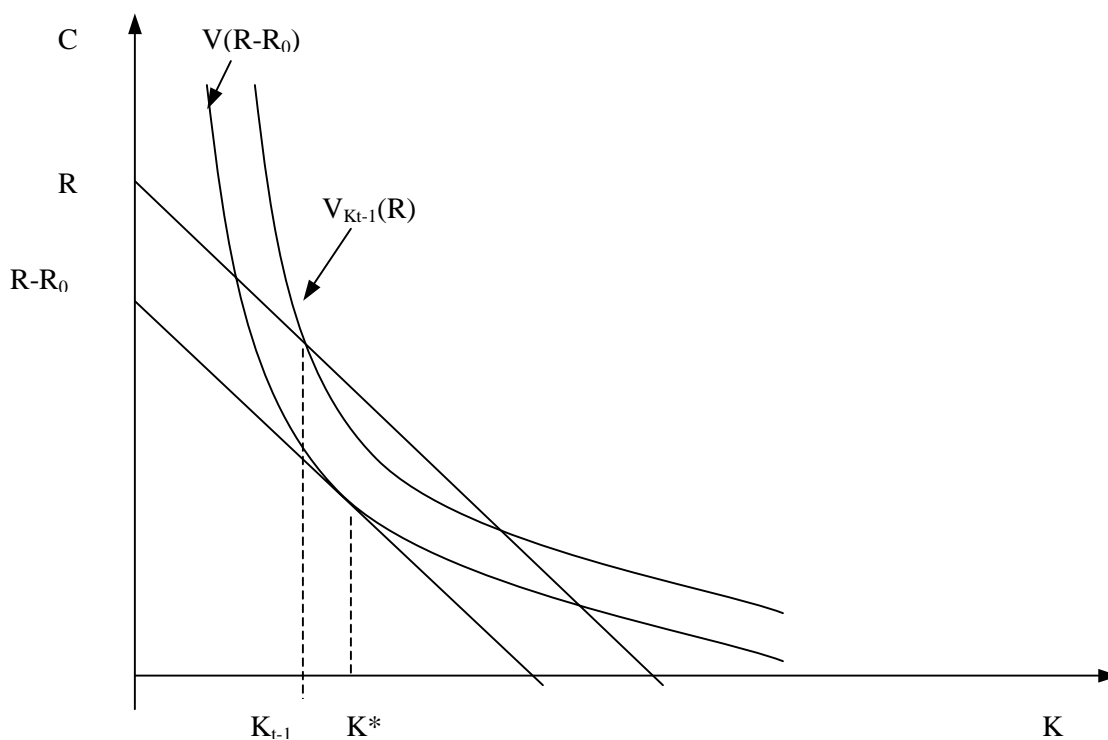
La condition  $\bar{\pi} > 0$  équivaut à  $\frac{\rho_t}{p_t} > \frac{1-\alpha}{1+\delta} \left[ \frac{\alpha+\delta}{1+\delta} \right]^{\frac{\alpha+\delta}{1-\alpha}}$ .►



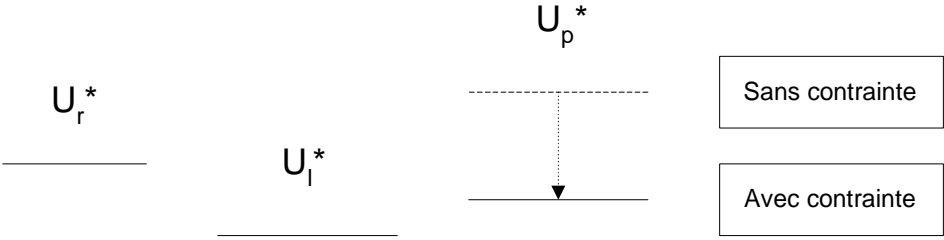
**Figure 1 : timing du modèle**



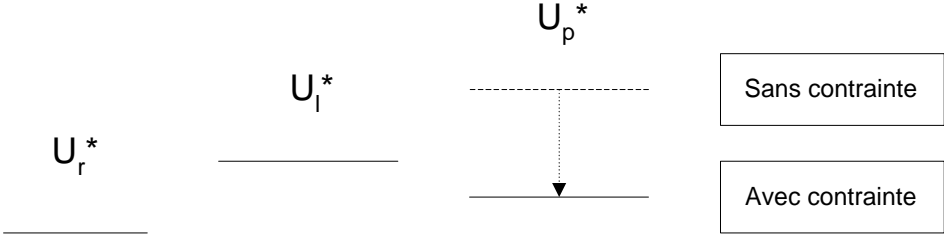
**Figure 2 : arbitrage entre rester dans le logement occupé à la période précédente et déménager pour devenir locataire ; cas du locataire à la période t-1.**



**Figure 3 : Impact des contraintes d'emprunt sur les choix discrets du ménage**



Utilités optimales associées aux choix discrets et impact des contraintes d'emprunt: cas 1

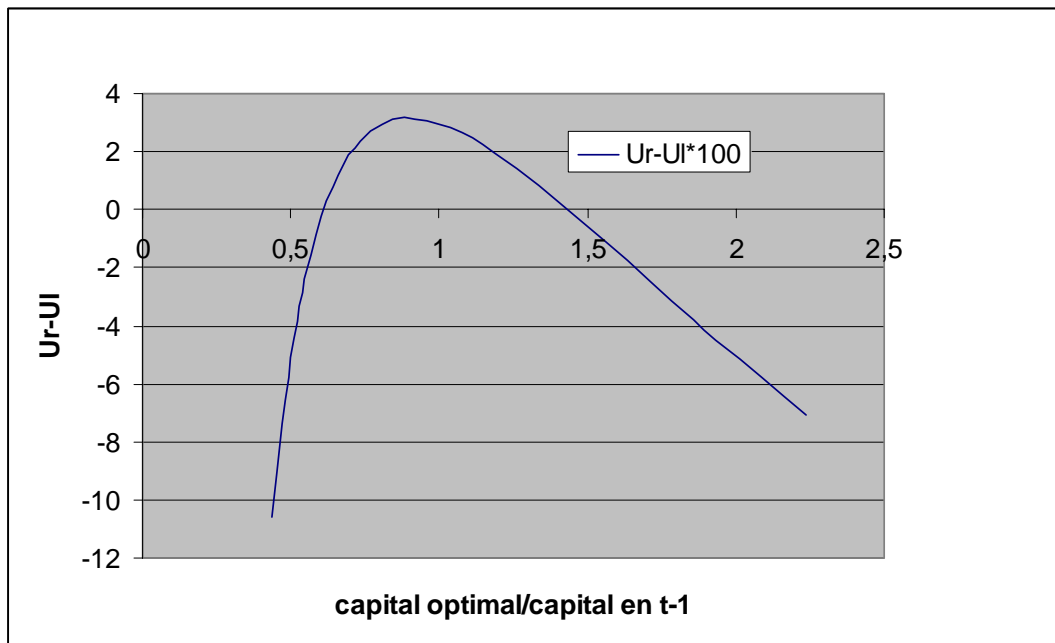


Utilités optimales associées aux choix discrets et impact des contraintes d'emprunt: cas 2

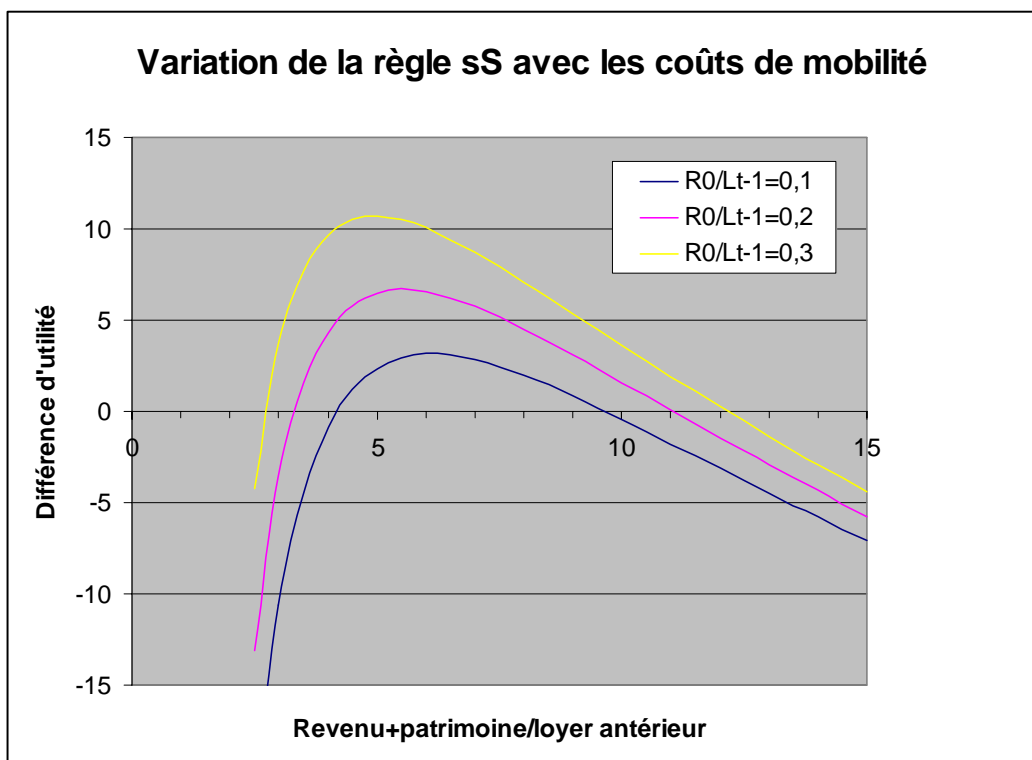
**Tableau 1 : paramètres du modèle pour les figures Utilité Cobb-Douglas, paramètres**

r	0,07	pi/rho	0.98,0.99 ou 1
e	0,3	R0/Lt-1	0.1, 0.2 ou 0.3
delta	1	pi/p	0,1
alpha	0,7		

**Figure 4 : illustration de la règle (s,S) : Différence des utilités optimales associées à rester dans le logement précédent et à déménager vers la location (cas d'un locataire en t-1)**



**Figure 4bis : variation de la règle s,S avec les coûts de mobilité (cas d'un locataire en t-1)**



**Figure 5 : Choix entre propriété et location : Différence des utilités optimales associées à devenir locataire et devenir propriétaire, en fonction du revenu et du patrimoine, selon la valeur de  $\pi/\rho$  (coûts de mobilité nuls).**

